

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر در این دنباله هندسی عدد ۲ جمله اول و عدد ۵۴ نسبت به آن جمله چهارم در نظر گرفته شود:

$$t_n = t_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow 54 = 2 \times r^{4-1} \Rightarrow r = 3$$

بنابراین با ملاحظه این قدرنسبت، جملات عبارت‌اند از:

$$\frac{2}{3}, 2, 6, 18, 54, 162$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$y = 6 \qquad t = 162$$

$$\text{واسطه هندسی} = \sqrt{6 \times 162} = 18\sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بهتر است این سه جمله متوالی را به صورت $K - d, K, K + d$ نمایش دهیم:

$$(K - d) + K + (K + d) = 27 \Rightarrow 3K = 27 \Rightarrow K = 9$$

$$(K - d) \times K \times (K + d) = 153 \Rightarrow (9 - d) \times \cancel{9} \times (9 + d) = \cancel{153}^{17}$$

$$81 - d^2 = 17 \Rightarrow d^2 = 64 \xrightarrow{\text{دنباله صعودی}} d = 8 \Rightarrow \dots, 1, 9, 17, \dots$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$n \qquad \qquad m$$

$$2m + 7n = 2(17) + 7(1) = 41$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

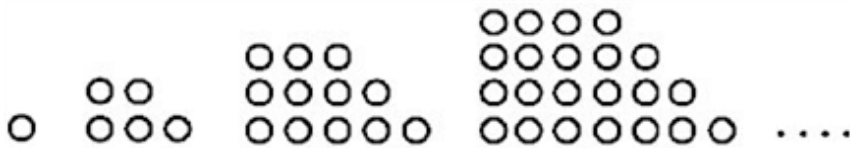
$$A_1 = \left[\frac{1 - 10}{3}, 1 \right] = \left[-\frac{9}{3}, 1 \right] = [-3, 1]$$

$$A_4 = \left[\frac{4 - 10}{3}, 4 \right] = \left[-\frac{6}{3}, 4 \right] = [-2, 4]$$

$$(A_1 \cap A_4) = [-3, 1] \cap [-2, 4] = [-2, 1]$$

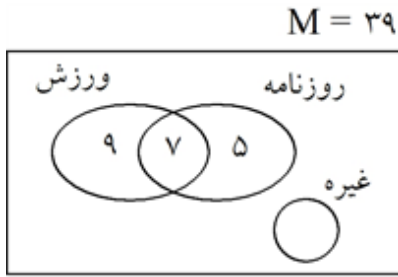
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد ج و ه نامتناهی‌اند، بنابراین ۳ مورد دیگر متناهی‌اند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$1^2 + 0, 2^2 + (1 + 0), 3^2 + (2 + 1 + 0), 4^2 + (3 + 2 + 1 + 0), \dots$$

$$a_n = n^2 + (1 + 2 + \dots + (n - 1)) = n^2 + \frac{n(n - 1)}{2} \Rightarrow a_9 = 9^2 + \frac{9 \times 8}{2} = 81 + 36 = 117$$



$$18 = 39 - [9 + 7 + 5] = \text{اجتماع ورزش و روزنامه} - \text{کل} = \text{غیره}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n((A \cup B)') = n(\text{کل}) - n(A \cup B) \\ &= n(\text{کل}) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] = 39 - [12 + 9] = 18 \end{aligned}$$

فقط ورزش

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$a + d, a + 4d, a + 11d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + d)(a + 11d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 12ad + 11d^2$$

$$4ad = 5d^2 \Rightarrow d = \frac{4}{5}a \Rightarrow a + \frac{4}{5}a, a + 4 \times \frac{4}{5}a \Rightarrow q = \frac{\frac{9}{5}a}{\frac{4}{5}a} = \frac{9}{4}$$

$$q = \frac{12 - 5}{5 - 2} = \frac{7}{3} \quad \text{راه دوم:}$$

نکته: اگر a_n ، a_m و a_p از یک دنباله حسابی سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، آنگاه:

$$q = \frac{p - m}{m - n}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$n \text{ زوج} \Rightarrow a_n = \frac{n}{16} + \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0 \Rightarrow \text{جمله ی منفی ندارد.}$$

$$n \text{ فرد} \Rightarrow \frac{n}{16} - \frac{1}{2^n} < 0 \Rightarrow \frac{n}{16} < \frac{1}{2^n} \Rightarrow n^{2^n} < 16 \Rightarrow n = 1 \text{ به ازای } n. \text{ برقرار است}$$

پس این دنباله یک جمله منفی دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹

$$(A \cap B') - (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A')' = A \cap B' \cap (B' \cup A) \setminus A = A \cap B' = A - B$$

جذب

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر a_n یک دنباله حسابی و $m + n = p + q$ باشد، آنگاه داریم:

$$a_m + a_n = a_p + a_q$$

$$a_{\lambda}^2 - a_{\nu}^2 = 3d \Rightarrow (a_{\lambda} - a_{\nu})(a_{\lambda} + a_{\nu}) = 3d \Rightarrow d(a_{\lambda} + a_{\nu}) = 3d \xrightarrow{\div d} a_{\lambda} + a_{\nu} = 3 \quad (*)$$

$$a_5 + a_{10} = a_8 + a_7 \quad (*) \quad \text{چون } 5 + 10 = 8 + 7, \text{ پس با استفاده از نکته بالا داریم:}$$

نکته: اگر a ، b و c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، آن‌گاه $a + c = 2b$ را واسطه‌ی حسابی بین a و c می‌نامیم.)

نکته: اگر a ، b و c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه $ac = b^2$ را واسطه‌ی هندسی بین a و c می‌نامیم.)

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$2(3a - 1) = 4a + 2 + a \Rightarrow 6a - 2 = 5a + 2 \Rightarrow a = -2$$

فرض کنیم واسطه‌ی هندسی بین دو عدد 3^{-2-b} و 3^{-4+b} برابر x باشد، در این صورت داریم:

$$x^2 = 3^{-4+b} \times 3^{-2-b} = 3^{-4+b-2-b} = 3^{-6} \Rightarrow x = \pm \sqrt{3^{-6}} \Rightarrow x = \pm 3^{-3} = \pm \frac{1}{27}$$

فقط $\frac{1}{27}$ در گزینه‌ها وجود دارد.

اگر بین دو عدد 120 و 480 ، هفت واسطه‌ی حسابی درج کنیم، واسطه‌ی چهارم، واسطه‌ی حسابی بین دو عدد 120 و 480 خواهد بود (زیرا واسطه‌ی چهارم از دو عدد 120 و 480 به یک فاصله است)، پس:

$$m = \frac{480 + 120}{2} = 300$$

اگر بین دو عدد 120 و 480 ، پنج واسطه‌ی هندسی درج کنیم، واسطه‌ی سوم، واسطه‌ی هندسی بین دو عدد 120 و 480 خواهد بود (زیرا واسطه‌ی سوم از دو عدد 120 و 480 به یک فاصله است)، پس:

$$n = \sqrt{480 \times 120} = \sqrt{4 \times 120^2} = 2 \times 120 = 240$$

بنابراین داریم: $m - n = 60$.

چون شروع اشتراک عدد ۲- می‌باشد، پس $4y - 3x$ باید ۲- باشد و چون پایان اشتراک عدد ۳ می‌باشد، $3y - 4x$ باید ۳ باشد، پس داریم:

$$\begin{aligned} 3 \times \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 3y - 4x = 3 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9x - 12y = -6 \\ 12y - 12x = 12 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} -19x = 6 \Rightarrow x = -\frac{6}{19} \\ 3y - 4x = 3 &\Rightarrow 3y = 4x + 3 \Rightarrow 3y = -\frac{24}{19} + 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{14}{19} + 1 \Rightarrow y = \frac{5}{19} \Rightarrow x + y = -\frac{1}{19}$$

$$6, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, 384$$

$$384 = a_6 = a_1 q^5 = 6q^5 \Rightarrow q^5 = 64 \Rightarrow q = 2$$

$$\begin{cases} a_3 = 6q = 12 \\ a_6 = 6q^5 = 192 \end{cases} \Rightarrow a_3 + a_6 = 204$$

حال $a_n = 204$ را حل می‌کنیم:

$$204 = 6n + 1 \Rightarrow \frac{203}{6} = 33$$

$$\frac{3-m}{2} \in [-2, 0) \Rightarrow -2 \leq \frac{3-m}{2} < 0 \xrightarrow{\times 2} -4 \leq 3-m < 0$$

$$\xrightarrow{+(-3)} -7 \leq -m < -3 \xrightarrow{\times (-1)} 7 \geq m > 3 \Rightarrow m \in (3, 7]$$

کمترین مقدار صحیح برای m برابر با ۴ است.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 12 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = 12 \xrightarrow{\div (3)} a_1 + d = 4 \quad (1)$$

$$a_4 - a_2 = 9 \Rightarrow (a_1 + 3d) - (a_1 + d) = 9$$

$$\Rightarrow a_1 + 3d - a_1 - d = 9 \Rightarrow 2d = 9 \Rightarrow d = \frac{9}{2} \quad (2)$$

$$\begin{cases} a_1 + d = 4 \\ d = \frac{9}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{جای گذاری (۲) در (۱)}} a_1 + \frac{9}{2} = 4 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2}$$

راه حل اول: اگر مجموعه افرادی که والیبال بازی می کنند را A و مجموعه افرادی که بسکتبال بازی می کنند را B بنامیم، در این صورت با فرض $n(A \cap B) = k$ خواهیم داشت:

$$n(A) = 35, n(B) = 25, n(A \cap B) = k$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 35 + 25 - k = 60 - k$$

تعداد افرادی که ورزش نمی کنند برابر $3k$ خواهد بود (یعنی در هیچ یک از دو رشته فعالیت ندارند)، بنابراین داریم:

$$n((A \cup B)') = 3k$$

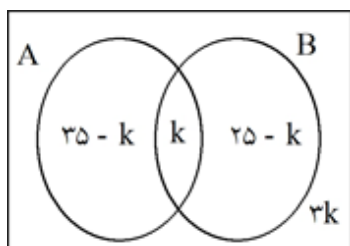
از طرفی چون $n((A \cup B)') + n(A \cup B) = 80$ پس خواهیم داشت:

$$3k + 60 - k = 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

$n(A - B)$ = تعداد افرادی که فقط والیبال بازی می کنند

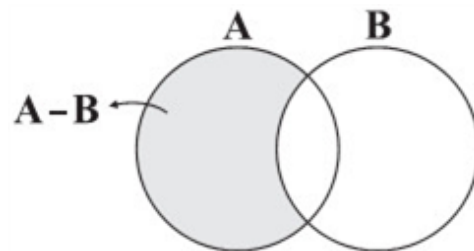
$$= n(A) - n(A \cap B) = 35 - 10 = 25$$

راه حل دوم:



$$(35 - k) + (k) + (25 - k) + 3k = 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10$$

$35 - k = 35 - 10 = 25$ = تعداد افرادی که فقط والیبال بازی می کنند

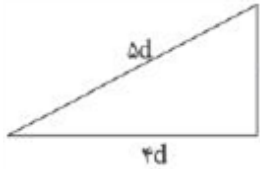


$$(A - B) \cup B = A \cup B \Rightarrow n(A \cup B) = n(A - B) + n(B)$$

$$n(A - B) = 3n(A \cap B) - n(B) \Rightarrow \underbrace{n(A - B) + n(B)}_{n(A \cup B)} = 3n(A \cap B)$$

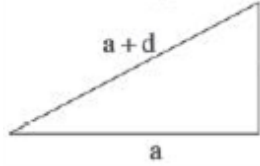
$$\Rightarrow n(A \cup B) = 3n(A \cap B)$$

اگر اضلاع مثلث قائم تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت d بدهند برابر $۳d$ ، $۴d$ و $۵d$ هستند.



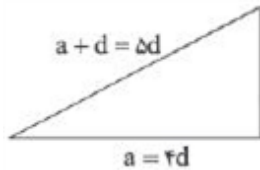
$$S = \frac{3d \times 4d}{2} = 6d^2 = ۹۶ \Rightarrow d = ۴$$

محیط مثلث برابر است با:



$$۳d + 4d + 5d = ۱۲d = ۱۲(۴) = ۴۸$$

اثبات نکته:



$$a - d = ۳d$$

$$\begin{aligned} (a+d)^2 &= a^2 + (a-d)^2 \\ \Rightarrow a^2 + 2ad + d^2 &= a^2 + a^2 - 2ad + d^2 \\ \Rightarrow 4ad &= a^2 \Rightarrow a = 4d \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a \times aq \times aq^2 \times \dots \times aq^{30} = a^{31} \times q^{1+2+3+\dots+30} = a^{31} \times q^{\frac{30 \times 31}{2}}$$

$$(aq^{15})^{31} = ۲^{۶۲} \Rightarrow aq^{15} = ۲^2 = ۴$$

حاصل ضرب جملات اول و ۳۱ ام را پیدا می‌کنیم:

$$a \times aq^{30} = a^2 q^{30} = (aq^{15})^2 = ۴^2 = ۱۶$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مطابق شکل ابتدا زوایای دیگر را پیدا می‌کنیم. به کمک قضیه‌ی ضلع بزرگتر در مثلث $\triangle ABC$ ، نتیجه می‌گیریم:

$$AC > AB > BC \quad (۱)$$

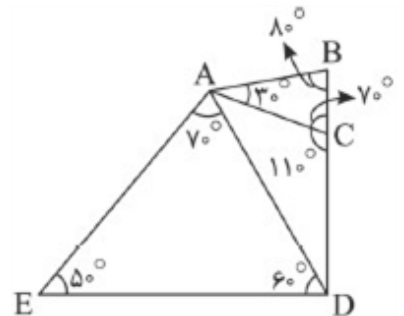
به همین صورت در مثلث $\triangle ACD$ ، زاویه‌ی ۱۱۰° از بقیه بزرگتر است، پس:

$$AD > AC, AD > CD \quad (۲)$$

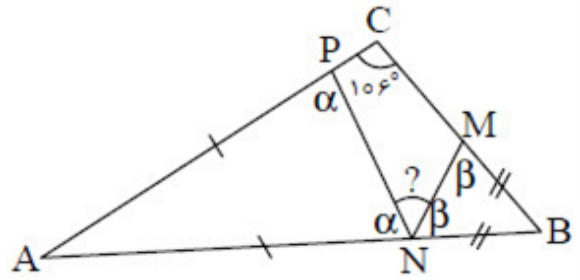
در مثلث $\triangle ADE$ نیز ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی ۷۰° از بقیه بزرگتر است. پس:

$$DE > AD, DE > AE \quad (۳)$$

از نتایج (۱)، (۲) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت ضلع DE از همه‌ی اضلاع دیگر بزرگتر است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:



$$\alpha + \beta + \widehat{MNP} = 180 \Rightarrow \widehat{MNP} = 180 - (\alpha + \beta) \quad (1)$$

$$\triangle ANP: \widehat{A} + 2\alpha = 180^\circ \quad \oplus \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} + 2(\alpha + \beta) = 360$$

$$\triangle MBN: \widehat{B} + 2\beta = 180$$

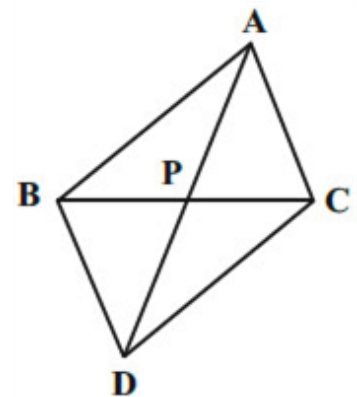
$$(180 - 106) + 2(\alpha + \beta) = 360$$

$$\alpha + \beta = 143^\circ \xrightarrow{\text{جاگذاری در (1)}} \widehat{MNP} = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میانه AP در مثلث ABC را از سمت P به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه D حاصل شود. چهارضلعی ABDC متوازی‌الاضلاع است چون در این چهارضلعی، قطرها منصف یکدیگرند، بنابراین $AB = CD$ و $\widehat{BAP} = \widehat{PDC}$ در نتیجه داریم:

$$AB > AC \Rightarrow DC > AC \xrightarrow{\triangle ADC} \widehat{PAC} > \widehat{PDC}$$

$$\Rightarrow \widehat{PAC} > \widehat{BAP}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

0 از هر سه ضلع به یک فاصله است بنابراین:

$$6x - 7 = 2x + 1 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$OH_7 = 6x - 7 = 2x + 1 = 5$$

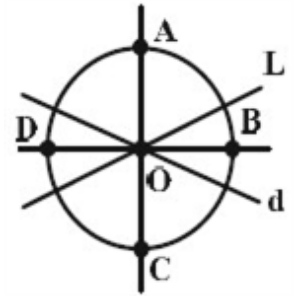
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل درست نقیض گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ به صورت زیر است:

گزینه ۲: عدد صحیحی وجود دارد که مربع آن کوچک‌تر یا مساوی صفر است.

گزینه ۳: y بزرگ‌تر یا مساوی x است.

شکل درست گزینه ۴ هم در گزینه ۱ وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر L و d متقاطع باشند، همه‌ی نقاطی که روی نیمسازهای زوایای بین این دو خط قرار بگیرد از این دو خط به یک فاصله‌اند. همچنین همه‌ی نقاطی که از نقطه‌ی تقاطع آن‌ها به فاصله‌ی یک واحد باشد روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ قرار خواهند داشت. لذا ۴ نقطه با شرایط ذکر شده خواهیم داشت. یعنی نقاط A, B, C و D جواب مسئله هستند.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: (عکس هر یک از قضایا را اثبات می‌کنیم)
(۱) زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است.

$$\begin{cases} BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \\ BC > AC \Rightarrow \hat{A} > \hat{B} \end{cases} \quad \checkmark$$

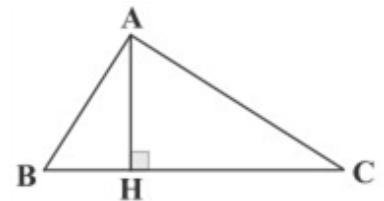
حال اگر: $\hat{A} > \hat{C} \Rightarrow BC > AB$

اما می‌تواند $AC > BC > AB$ باشد، یعنی BC بزرگ‌ترین نباشد، پس عکس قضیه برقرار نیست.
(۲) باید ببینیم دو دایره‌ی هم محیط هم مساحت هستند یا نه.

$$\text{هم محیط} = \text{هم مساحت} \Rightarrow \pi r_1^2 = \pi r_2^2 \xrightarrow{\div \pi} r_1^2 = r_2^2 \Rightarrow r_1 = r_2 \Rightarrow \pi r_1^2 = \pi r_2^2 \Rightarrow \text{هم محیط} = \text{هم مساحت}$$

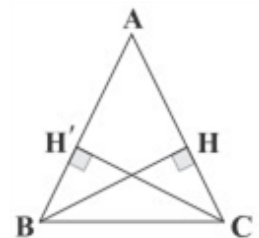
پس عکس قضیه برقرار است.

(۳) اگر محل تلاقی ارتفاع‌ها روی یکی از رأس‌ها باشد، مثلث قائم‌الزاویه است. زیرا اگر A محل تلاقی ارتفاع‌ها باشد پس $BA \perp AC$ و در نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$ است.

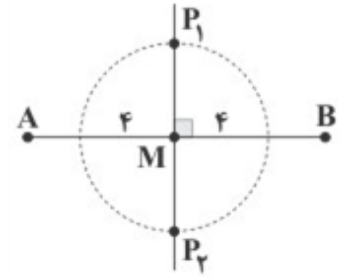


(۴) اگر ارتفاع وارد بر ساق‌ها برابر باشد، مثلث متساوی‌الساقین است:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1}{2} CH \times AB \Rightarrow AC = AB$$

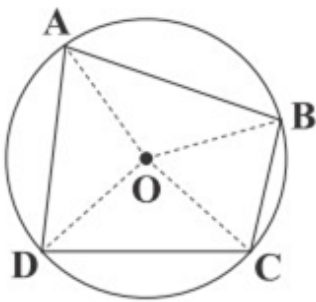


الف) مجموعه نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله هستند، بر عمودمنصف پاره خط AB قرار دارند.
 ب) مجموعه نقاطی که از نقطه M به فاصله ۴ هستند بر روی دایره‌ای به مرکز M و شعاع ۴ قرار دارد.
 جواب این سؤال اشتراک الف و ب است که در شکل زیر آمده است:



نقاطی P_1 و P_2 ، نقاطی هستند که ویژگی‌های مطرح شده در این سؤال را دارند، پس دو نقطه با این شرایط وجود دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل زیر داریم:



$$R = OA = OB = OC = OD$$

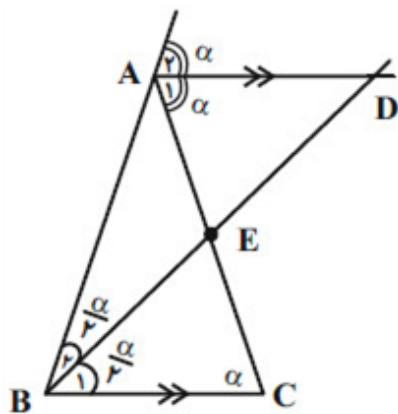
یعنی O از پاره‌خط‌های AB ، BC و CD به یک فاصله است و البته پاره خط AD ، پس O روی محل تلاقی عمودمنصف‌های سه ضلع دلخواه این مثلث قرار دارد.

$$\begin{cases} AB \text{ روی عمودمنصف } O \Rightarrow OA = OB \\ BC \text{ روی عمودمنصف } O \Rightarrow OB = OC \Rightarrow OA = OB = OC = OD \\ DC \text{ روی عمودمنصف } O \Rightarrow OC = OD \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 &= \widehat{B} + \widehat{C} \\ \widehat{B} &= \widehat{C} \\ \widehat{A}_1 &= \widehat{A}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C}$$

پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب، نیمساز خارجی رأس A ، AD موازی BC می‌باشد. ($AD \parallel BC$)



$$BD \text{ مورب}, AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{B}_1 = \frac{\alpha}{2}$$

مثلث ABD متساوی الساقین است $\xrightarrow[\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2]{BD \text{ نیمساز } \widehat{B}}$

$$\left. \begin{aligned} AB &= AD \\ AB &= AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AD = AC$$

۳۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. توجه کنید این قطر اتم است که در حدود یک آنگستروم بوده و قطر مولکول به تعداد اتم‌ها و چگونگی قرار گرفتن آن‌ها کنار هم وابسته است!
ضمناً توجه کنید فاصله مولکول‌ها در حالت جامد و مایع تقریباً برابر بوده ولی جاذبه بین مولکولی در جامدها بیشتر است.

۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نشستن حشره روی آب و کروی بودن قطره‌ی آب به دلیل کشش سطحی است.

۳۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های کارت و آب باعث باقی ماندن کارت روی ظرف می‌شود.

۳۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی یک لوله‌ی موئین را به طور عمود وارد مایع درون یک ظرف می‌کنیم، اگر نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و سطح داخلی لوله‌ی موئین بزرگ‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع باشد، مایع در لوله‌ی موئین بالاتر از سطح مایع درون ظرف قرار گرفته و سطح آن فرورفته خواهد بود.

۳۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فشار حاصل از یک مایع در عمق h از آن، از رابطه‌ی $P = \rho gh$ به دست می‌آید:

$$P = \rho gh \xrightarrow{\rho = \frac{2}{4} \frac{g}{cm^3} = 2400 \frac{kg}{m^3}, h = 2/5 m} P = 2400 \times 10 \times 2/5 \Rightarrow P = 60 \times 10^3 Pa = 60 KPa$$

۳۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فشار مایع‌ها در کف ظرف، برابر با مجموع فشار آب و روغن است، بنابراین:

$$P = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow p = 1000 \times 10 \times \frac{8}{100} + 800 \times 10 \times \frac{2}{100} \Rightarrow p = 800 + 160 = 960 Pa$$

در نتیجه اندازه‌ی نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 960 \times 10 \times 10^{-4} = 0/96 N$$

۳۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$F = P \cdot A = (P_0 + \rho gh)A$$

$$\Rightarrow 15 = (10^5 + 10^3 \times 10 \times h) \times 10^{-4} \Rightarrow 15 = 10 + h \Rightarrow h = 5m$$

۳۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\rho h = \rho h' = 1 \times 272 = 13/6 h' \Rightarrow h' = 20 cmHg$$

$$P = P_0 + P_1 \Rightarrow P = 70 + 20 = 90 cmHg$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. توجه کنید عمق B برابر ۶۰ cm است.

$$P_A = \rho gh + p. \Rightarrow 10^5 = \rho g \times 0/2 + 9/9 \times 10^4$$

این یعنی به ازای هر ۲۰ cm به اندازه 10^4 Pa به فشار هوا اضافه شده و به ازای ۶۰ cm به اندازه ۳ برابر یعنی $3 \times 10^4 \text{ Pa}$ به فشار هوا اضافه می‌گردد:

$$P_B = 0/3 \times 10^4 + 9/9 \times 10^4 = 10/2 \times 10^4 \text{ Pa} = 102 \text{ kPa}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا فشار حاصل از مایع در عمق ۱۴cm از آن را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مایع}} = P_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho gh = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}} = 1/4 \rho} \rho \times \frac{14}{100} = 1/4 \rho \times h_{\text{جیوه}}$$

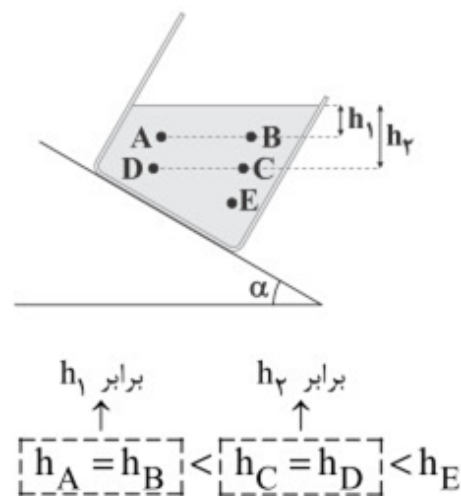
$$h_{\text{جیوه}} = \frac{10}{100} m = 10 \text{ cm}$$

پس در عمق ۱۴ سانتی‌متری مایع فشار حاصل از مایع ۱۰ سانتی‌متر جیوه است.

فشار در عمق ۱۴cm مایع برابر $P. + P_{\text{مایع}}$ یوده که این مقدار با توجه به نمودار برابر ۸۴ cmHg است:

$$P. + 10 = 84 \Rightarrow P. = 74 \text{ cmHg}$$

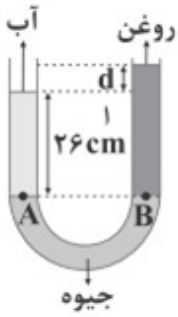
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای مقایسه‌ی فشار مایعات باید عمق به صورت عمودی و قائم از سطح آزاد مایع سنجیده شود. در این صورت مقایسه‌ی عمق نقاط مختلف می‌توان نوشت:



با توجه به رابطه‌ی $P = \rho gh$ ، فشار، متناسب با عمق است، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B < P_C = P_D < P_E$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقاط A و B را به عنوان نقاط هم فشار انتخاب می‌کنیم، در نتیجه:



$$\begin{aligned}
 P_A = P_B &\Rightarrow P_0 + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = P_0 + \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}} \\
 &\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} \\
 &\Rightarrow 1 \times 26 = 0.8 \times h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{روغن}} = 32.5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

پس اختلاف ارتفاع ستون آب و روغن برابر است با:

$$d = h_{\text{روغن}} - h_{\text{آب}} = 32.5 - 26 = 6.5 \text{ cm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P = P_0 + \rho gh$$

$$\begin{cases} P = 10^5 + 1400 \times 10 \times 0.3 \Rightarrow P = 10^5 + 4200 \Rightarrow P = 104200 \text{ Pa} \\ \rho = 1/4 \frac{g}{\text{cm}^3} = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (20)^3 \text{ حجم کره}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V = 4 \times 800 = 32000 \text{ cm}^3$$

$$\begin{cases} \rho = \frac{m}{V} = \frac{80000}{32000} = 2.5 \frac{g}{\text{cm}^3} \\ m = 80 \text{ kg} = 80000 \text{ g} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر گاه جسمی را درون مایعی فرو ببریم، حجم مایع سرریزه شده با حجم جسم موردنظر برابر است. حجم آب سرریز شده برابر است با:

$$\text{گلوله } V = \frac{m}{\rho} = \frac{40}{1} = 40 \text{ cm}^3 = V_{\text{گلوله}}$$

اکنون جرم گلوله را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} m_{\text{گلوله}} &= \rho \cdot V \\ \rho_{\text{گلوله}} &= 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7.8 \frac{g}{\text{cm}^3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = 7.8 \times 40 = 312 \text{ g}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دقت اندازه‌گیری در ابزارهای دیجیتالی همان جایگاه مکانی کوچک‌ترین رقم آن است.

در اینجا جایگاه کوچک‌ترین رقم همان صدم میلی‌متر بوده و نام دستگاه کولیس است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2/7 \times 10^4 \mu\text{m}^2 = 2/7 \times 10^4 \times (10^{-6} \text{ m})^2 \times \left(\frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \right)^2 = 2/7 \times 10^{-4} \text{ cm}^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گزینه ۲ جابه‌جایی، در گزینه ۳ سرعت و در گزینه ۴ وزن جزو کمیت‌های برداری هستند ولی در گزینه ۱ همه کمیت‌های ذکر شده، نرده‌ای هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: ۵۱

$$? \text{ atom O} = 0.5L \times \frac{1/3g}{1L} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32gO_2} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{2 \text{ atom O}}{1 \text{ molecule } O_2} \approx 2/4 \times 10^{22}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: ۵۲

$$35/45 = \frac{35F_1 + 37(100 - F_1)}{100} \Rightarrow F_1 = 77/5, F_2 = 22/5$$

$$? \text{ atom Cl} = 6.08g \times \frac{1 \text{ amu}}{1/66 \times 10^{-24} g} \times \frac{1 \text{ atom Cl}}{35/45 \text{ amu}} \times \frac{22/5 \text{ atom } ^{37} \text{ Cl}}{100 \text{ atom Cl}} \approx 2/32 \times 10^{22} \text{ gCl}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در یون منفی، شمار الکترون‌ها می‌تواند از شمار نوترون‌ها کمتر یا بیشتر باشد. با درنظر ۵۳

گرفتن این دو حالت خواهیم داشت:

(۱) اگر شمار الکترون از نوترون بیشتر باشد:

$$\left. \begin{array}{l} e - n = 17 \xrightarrow{e=p+2} p - n = 14 \\ p + n = 122 \end{array} \right\} \Rightarrow p = 68, n = 54$$

غیرقابل قبول (تعداد پروتون‌ها نمی‌تواند از نوترون‌ها بیش‌تر باشد).

(ب) اگر شمار الکترون‌ها از نوترون‌ها کمتر باشد:

$$\left. \begin{array}{l} e - n = 17 \xrightarrow{e=p+2} n - p = 20 \\ p + n = 122 \end{array} \right\} \Rightarrow p = 51, n = 71 \text{ (قابل قبول)}$$

یون $^{122}X^{3-}$ دارای ۵۱ پروتون (Z) و ۵۴ الکترون ($51 + 3 = 54$) است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جرم هر اتم ${}^7_3\text{Li}$ به تقریب ۷amu است. ۵۴

$$7\text{amu} \times \frac{1/66 \times 10^{-24} g}{1\text{amu}} = 1/16 \times 10^{-23} g$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$\text{ذره } ^{23}_{10}\text{Ne} = \frac{\text{نمونه } 10g}{20g} \times \frac{4 \text{ mol عنصر سبک تر}}{7 \text{ mol}} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol عنصر}} = 1/72 \times 10^{23}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۶

$$e_{X^{2-}} = 18, n_X - p_X = 4 \quad (1)$$

$$e_{X^{2-}} = 18 \Rightarrow e_X = 18 - 2 = 16 \Rightarrow p_X = 16 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow n_X - 16 = 4 \Rightarrow n_X = 20$$

$$X \text{ جرمی} = n_x + p_x = 20 + 16 = 36$$

با توجه به اطلاعات سؤال، ایزوتوپ‌های این عنصر به صورت زیر است:

$$A_1 : M_1 = x, F_1 = \%10$$

$$A_2 : M_2 = x + 2, F_2 = \%15$$

$$A_3 : M_3 = x + 2 + 2 = x + 4, F_3 = \%75$$

اکنون با توجه به رابطه زیر، جرم سبک‌ترین ایزوتوپ را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1)$$

$$\Rightarrow 61/3 = x + \frac{15}{100}(2) + \frac{75}{100}(4) \Rightarrow x = 58 \text{ amu}$$

$$\Rightarrow n + p = 58$$

از طرفی می‌دانیم $n - p = 2$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} n + p = 58 \\ n - p = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 30 \\ p = 28 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا به کمک اطلاعاتی که در مورد تعداد اتم‌ها داده شده است، جرم اتمی میانگین عنصر A را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ atom} = 523/5 \text{ g AF}_3 \times \frac{1 \text{ mol AF}_3}{\text{Mg AF}_3} \times \frac{4 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol AF}_3} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = 1/204 \times 10^{25} \text{ atom}$$

$$\Rightarrow M = 104/7 \text{ g. mol}^{-1} = \bar{M}_A + 3\bar{M}_F = \bar{M}_A + 3(19) \Rightarrow \bar{M}_A = 47/7 \text{ g. mol}^{-1}$$

سپس به محاسبه درصد فراوانی می‌پردازیم:

$$\begin{matrix} {}^{46}\text{A} & {}^{48}\text{A} & {}^{49}\text{A} \\ \%F_1 & \%F_2 & \%F_3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 = 100 \\ F_1 + F_3 = F_2 + 20 \end{cases} \Rightarrow F_2 = \%40$$

فراوانی‌های ایزوتوپ‌ها را به صورت $F_1 = x$ و $F_2 = 40$ ، $F_3 = 60 - x$ در نظر می‌گیریم:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} \Rightarrow 47/7 = \frac{46x + (48 \times 40) + 49(60 - x)}{100}$$

$$\Rightarrow x = 30 \Rightarrow F_1 = \%30, F_2 = \%40, F_3 = \%30$$

$$\frac{{}^{49}\text{A فراوانی}}{{}^{46}\text{A فراوانی}} = \frac{\%30}{\%30} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با تفسیر طیف نشری خطی می‌توان به انرژی میان لایه‌های الکترونی اتم پی برد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: با دور شدن از هسته اتم، انرژی لایه‌ها زیاد و تفاوت میان آن‌ها کاهش می‌یابد.

گزینه ۲: اتم برانگیخته با از دست دادن انرژی می‌تواند به لایه‌های پایین‌تر برود و نهایتاً به حالت پایه بازگردد ولی لزوماً همواره به حالت پایه برنمی‌گردد.

گزینه ۴: طول موج بازگشت از لایه ۳ به ۲ برابر ۶۵۶ است. توجه شود که انرژی حاصل از انتقال $n = 4 \rightarrow n = 3$ کمتر از انتقال $n = 3 \rightarrow n = 2$ بوده، پس طول موج آن بزرگ‌تر از ۶۵۶ nm است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۰

مول اتم $H_2SO_4 = 2/1 = 2 \times 3 = 6$ = شمار مول اتمها در H_2SO_4

$$\text{اتم } CO_2 = 1/5 \text{ mol} = 3 \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \times 22 \text{ g} = \text{شمار مول اتمها در } CO_2$$

پس نسبت اتمهای دو ترکیب $1/4 = 2/1$ است.

$$F_{28x} = 3/14$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: ۶۱

$$F_{25x} = 3/14 \times 9 - 3/14 = 25/12$$

$$\bar{M} = \frac{28 \times 3/14 + 25/12 \times 25}{28/26} = 25/23$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{1 \times 99 + 12 \times 97}{13} = 97/15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: ۶۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: ۶۳

$$? \text{ molecule } CH_4 = 4/82 \times 10^{23} \text{ atom } H \times \frac{1 \text{ molecule } CH_4}{4 \text{ atom } H} = 12/0.5 \times 10^{22}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، سومین عنصر فراوان زمین سیلیسیم و اولین عنصر فراوان مشتری، هیدروژن است. ۶۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۵

زیرا، نماد آن به صورت ${}^{98}_{43}\text{Tc}$ است و یون این عنصر با یون یدید اندازه‌ی مشابهی ندارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: ۶۶

$$1/20.4 \times 10^{22} e^- = 0/0.2 \text{ mol } e^- \times \frac{6/0.2 \times 10^{22} e^-}{1 \text{ mol } e^-} \times \frac{ne^-}{1 \text{ mol ion}} \Rightarrow n = 10e^-$$

تنها در F^- ده الکترون وجود دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، انتقال الکترون از لایه‌ی بالاتر به لایه‌ی پایین‌تر با نشر نور همراه است. ۶۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست: ۶۸

عبارت اول: طول موج E کوتاه‌تر از C است.

عبارت سوم: انتقال D نشان‌دهنده‌ی انتقال الکترون به لایه‌های بالاتر است بنابراین نشان‌دهنده‌ی پرتوهای نشرشده نیست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت‌های الف و ت نادرست هستند. ۶۹

عبارت الف: رنگ شعله‌ی لیتیم کلرید قرمز است در حالی‌که طول موج پرتو حاصل از انتقال $n = 4$ به $n = 3$ در اتم هیدروژن در محدوده‌ی فروسرخ است.

عبارت ت: عبور نور از قطره‌ی باران در نگاه ماکروسکوپی: طیف پیوسته

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رنگ شعله‌ی فلز مس، نمک خوراکی و لیتیم سولفات به ترتیب سبز، زرد و سرخ است. ۷۰

مقایسه‌ی میان انرژی این رنگ‌ها به صورت «سرخ > زرد > سبز» است.